

Победители

Личное первенство

Мусифулина Лилия, 5 класс

Лилия ИГУ Мусифулина Лилия 5 класс

№1

$$\left. \begin{aligned} A+B-C-D &= E^{(1)} \\ E+D-C-B &= A^{(2)} \end{aligned} \right\} \text{сложим:}$$

$$A+B-C-D+E+D-C-B = E+A$$

$$-2C=0 \Rightarrow C=0$$

Вычитим из (1) (2)

$$A+B-C-D-(E+D-C-B) = E-A$$

$$A+B-C-D-E-D+C+B = E-A$$

$$2A+2B-2D-2E=0 \Rightarrow$$

$$A+B=E+D$$

Например: $A=5, B=4, E=6, D=3, C=0$

Проверка:

$$5+4-0-3=6 \quad 6+3-0-4=5$$

$$6=6 \quad 5=5$$

Ответ: $5+4-0-3=6$

№2

Л - леденцы
И - ириски
Ш - шоколадки

a = сколько дала мама каждому.

так как у каждого было поровно денег, то можем сказать, что:

$$5Л + 15И + Ш = 2Л + 6И + 4Ш = a$$

Приведем подробнее. $a \in \mathbb{N}$

$$3Л + 9И = 3Ш$$

$$Л + 3И = Ш$$

$$5Л + 15И + Ш = 5(Л + 3И) + Ш$$

подставим значение $Л + 3И = Ш$ в полученное выражение, и получим:

$$5(Л + 3И) + Ш = 5Ш + Ш = 6Ш \Rightarrow$$

Ваня купил 6 Шоколадок

Ответ: 6

Лицей ИГУ Муслимулина 11 класс

№3

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 60 \\ x_2 + x_3 + x_4 + x_5 &= 60 \\ x_5 + x_6 + x_7 + x_8 &= 60 \\ \dots \\ x_{14} + x_1 + x_2 + x_3 &= 60 \end{aligned} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - x_2 - x_3 - x_4 - x_5 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 = x_5 \Rightarrow$$

Все числа, между которыми стоят 3 числа, равны (по условию) \Rightarrow
 $x_1 = x_5 = x_9 = x_{13} = x_3 = x_7 = x_{11} = x$
и $x_2 = x_6 = x_{10} = x_{14} = x_4 = x_8 = x_{12} = y$
Сумма моды 4 числа, идущих подряд, равно: $2x + 2y = 60 \Rightarrow x + y = 30$
 $\Rightarrow x = 30 - y < 30$
 $y = 30 - x < 30$
Ответ: 7. т.р.

№4

Вершин у куба 8.

Самый минимум точек синего цвета - это 4. Они друг друга дапамяют. То же самое с красными. У каждой точки по 2 соседа своего цвета и 1 сосед другого цвета. Но они всегда один цвет должен быть на одной грани. По другому нельзя. Таких вариантов 6. Ставьте сколько угодно граней.
Если мы поставим не 4 и 4, а например 3 и 5, то один цвет будет иметь меньше 4 вершин. 7

Лицей ИГУ Муслимулина 11 класс
Также можно если все вершины одного цвета. У каждой вершины 3 соседа своего цвета. Таких вариантов 2.
 $6 + 2 = 8$ - вариантов раскраски.
Ответ: 8.

Микишев Станислав в.д. ИЗОУ

Сол №0

№1

$$A+B-C-D=E$$

$$E+D-C-B=A$$

Подставил 2 выражения в 1

$$E+B-C-B+B-C-D=E$$

$$E-2C=E$$

$$-2C=E-E$$

$$-2C=0 \Rightarrow$$

$$C=0$$

После подбора других значений получилось, что:

$$A+B-C-D=E \text{ это равно } 9+4-0-5=8$$

№2

$$x \text{ конф. } 5L + 15U + 1M$$

$$y \text{ конф. } 2L + 6U + 4M$$

П.к. суммы одинаковы, то:

$$5L + 15U + 1M = 2L + 6U + 4M$$

$$3L + 9U = 3M$$

$$L + 3U = M$$

$$5L + 15U + 1M = 5(L + 3U) + 1M =$$

$$= 5M + 1M = 6M$$

Ответ: 6 шоколадок.

№3

Пронумеруем все числа по кругу от 1 до 14. Предположим, что первое число больше 30.

Возьмем первые 5 чисел. Сумма первых

4-х чисел равна 60. Сумма

5 чисел со 2 по 5 также 60 \Rightarrow

первое и пятое числа равны \Rightarrow

каждое четвёртое число одинаково \Rightarrow

Пятнадцатое число равно первому.

Возьмем четвёрку с числами 11 и 13.

Оба этих числа больше 30 \Rightarrow их сумма

больше 60. Получим противоречие \Rightarrow

все числа меньше 30.

№4

Заметим, что у каждого варианта раскраски (края ч.и.и.ч.к.) есть пара. Если все вершины одного цвета, то есть 2 варианта (все синие, или все красные). Если одна вершина покрашена в синий цвет, то такого варианта не может быть, т.к. её все соседи красные. Также если 2 синие, т.к. у одной синей только 1 синий сосед из трёх, если 3 вершины синие, то у одной синей будет два синих соседа. Но у этих соседей только 1 синий сосед из трёх \Rightarrow это невозможно. Если синие 4 и 4 красные то тогда 4 синих имеет на 7 красных.



№4 продолжение

И больше вариантов, значит они не могут. П.к. граней 6, то таких вариантов тоже 6.

$2+6=8$ вариантов всего

Ответ: 8 вариантов.

Румак Вадим, 7 класс

Румак Вадим 7 кл. СОШ №10 г. АНГАРСК

Пусть в начале у нас никто ни с кем не играл.

Я запишу 10 чисел - кол-во партий сыграных каждым человеком:

Поскольку каждый сыграл 0:

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

Попробуем сделать так как сказано в условии:

1 человек сыграл 9 партий. П.к. двое человек не могут играть несколько партий, то это будет выглядеть так:

9 1 1 1 1 1 1 1 1 1

один из этих 3-х человек сыграл 8 партий т.к. у всех одинаковое количество то неважно с кем он играл:

9 8 2 2 2 2 2 2 2 1

и сыграть они могут только друг с другом:

9 8 8 4 4 3 3 3 3 1

этими 2-ми человекам надо сыграть еще по одной партии, но не с кем \Rightarrow так же это не может.

Если данные действия повторить в другом порядке, то всё равно у кого то будет меньше сыгранных партий, чем надо.

Ответ: не может.

Возьмем число x .
 Обратное ему число - число, которое при умножении на x даёт 1. П.к.:

$xy = 1$
 y - обратное x
 $x \cdot y = 1$
 $y = \frac{1}{x} \Rightarrow$ число обратное заданному

У нас остался один человек который не сыграл только одну партию и в условии один человек сыграл одну партию, поэтому это будет он и он ни с кем больше не будет играть \Rightarrow второй человек, который сыграл 8 партий будет играть с тем же y , которые сыграли по 2 партии:

9 8 8 3 3 3 3 3 3 1

4 человека должны сыграть по 3 партии.

Закрасим зелёным тех людей которые больше не могут играть:

9 8 8 3 3 3 3 3 3 1

осталось 2 человека которые должны сыграть по 5 партий, но у них меньше \Rightarrow они ещё должны с кем то сыграть, а

равно 1 разделить на заданное число.

Дано:
 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$
 сумма двух обратных заданных чисел.

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1 \Leftrightarrow a + \frac{a}{b} = a \Leftrightarrow ab + a = ab$
 $b + a = ab$
 $ab = b + a$
 $ab - b - a = 0$
 $ab - b - a + 1 = 1$
 $ab - b - a + 1^2 = 1$

$(a-1)(b-1) = 1$
 \leftarrow произведение уменьшенных чисел a и b на 1.

Что и требовалось доказать.

1. Нельзя делать ход противоположной предидущему.

П.к. никто не будет приходить к противным числам \Rightarrow они

будут играть пока не закончатся двузачные числа.
 Всего их 90 \Rightarrow к последнему числу придёт второй игрок и ему предстоит изменить число на уже добавивших и он проиграл.
 Ответ: второй проиграл.

Идрисова Ксения 7В Мусей и 36 АО, 8/11/18

4) Есть 2 шах a и b . Известно, что $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ и какое у этих шах количество на 1.

Нужно доказать: $\frac{1}{a-1} = \frac{b-1}{1}$

Преобразуем $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ и $\frac{1}{a-1} = \frac{b-1}{1}$

(1): $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$

$\frac{a+b}{ab} = 1 \Rightarrow a+b = ab$ (*)

(2): $\frac{1}{a-1} = \frac{b-1}{1}$

$(a-1)(b-1) = 1$ (по свойству пропорции)

$ab - a - b + 1 = 1$

$ab = 1 - 1 + a + b$

$ab = a + b$

$a+b = ab$ (**)

(*) и (**) совпадают \Rightarrow одно из полученных уравнений обратное другому.

• 6, 7, 8, 9 шах. больше не могут играть, т.к. уже играли по 3 партии.

• 4 и 5 шах. нужно играть по 5 партий, но можно сыграть всего 1 парт. и еще они играют с 1, 2, 3 шах. Итого: 4 парт. у 4 и 5 шахматиста \Rightarrow (□ в табл.)

\Rightarrow Так быть не может

3) Дано: $\triangle ABC$, $AB = AC$, $D \in AB$, $E \in AC$, $BD = CE$, $D \in AB$, $E \in AC$, P

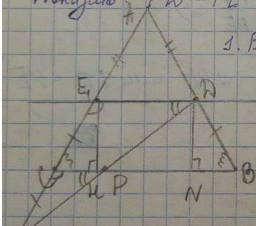
Доказать: $PD = PE$

Доказательство:

1. Возьмем на AC т. E_1 , так, что

$CE = CE_1$. Т.к. $\triangle ABC = \text{р/б}$ (по условию)

и $BD = CE$, то $BD = CE_1$.



2. Опустим перпендикуляры E_1H и D_1N

Рассмотрим $\triangle CE_1H$ и $\triangle BD_1N$:

1. $CE_1 = BD_1$ (по построению)
2. $\angle E_1CH = \angle D_1BN$ (по СВ-бу \angle р/б \triangle)
3. $\angle E_1HC = \angle D_1NB = 90^\circ$ (т.к. E_1H и D_1N - перпендикуляры)

2)

1с	2с	3с	4с	5с	6с	7с	8с	9с	10с	шахматист
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	
4	4	4	3	3	3	3	3	3	3	
5	5	5	5	4						
6	6	6								
7	7	7								
8	8	8								
9	9	9								
10	8	8	5	5	3	3	3	3	1	всего партий сыграно

Пусть 1ш играл 9 партий; 2ш - 8п; 3ш - 8п; 4ш - 5п; 5ш - 5п; 6ш - 3п; 7ш - 3п; 8ш - 3п; 9ш - 3п; 10ш - 1п

- 1 шах - 9 парт., может играть со всеми кроме себя: с 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 шахматистами. (□ в табл.)
- 10 шах - 1 парт., 1-ый шах. сыграл с кем 1 партию, унаши 10 больше не играли. (□ в табл.)
- 2 шах. - 8 парт., может играть с оставшимися игроками: с 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9, с 1-ым шах. он играл 1 парт. Итого: 8п. (□ в табл.)
- 3 шах - 8 парт., может играть с 4, 5, 6, 7, 8, 9 ш. и 2 парт. он играл с 1 и 2 шах. Итого: 8 парт. (□ в табл.)

$\Rightarrow \triangle CE_1H = \triangle BD_1N$ (по гипотену и стороне \angle) $\Rightarrow E_1H = D_1N \Rightarrow E_1H \parallel D_1N$

3) т.к. $E_1H \parallel D_1N$, то $\angle E_1CP = \angle E_1D_1N$ - соответств. при $E_1H \parallel D_1N$ и секущей EE_1
 $\angle E_1PC = \angle E_1D_1N$ - соответств. при $E_1H \parallel D_1N$ и секущей ED

$\Rightarrow \triangle EE_1D_1$ подобен $\triangle ECP$ (по 2 \angle)

Значит $\frac{EE_1}{EC} = \frac{ED}{CP} = \frac{D_1E}{PE}$

т.к. $EE_1 \approx 2EC$, то $\frac{2EC}{EC} = \frac{D_1E}{PE} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{D_1E}{PE} = \frac{D_1E}{PE} = 2 \Rightarrow D_1E = 2PE$ или $PD_1 = PE$