

«Математическая карусель-2021», 4-5 кл.

1. Пятиклассники нашли несколько одинаковых коробок со спиннерами. Если они разделят поровну две одинаковые коробки, останется один лишний спиннер. А если разделят поровну три такие же пачки, останется 13 лишних спиннеров. Сколько пятиклассников?
2. Известно, что $ББ + Б = ЧАЙ$. На какую цифру оканчивается произведение $П \cdot Р \cdot Я \cdot Н \cdot И \cdot К$ (разными буквами обозначены разные цифры, одинаковыми – одинаковые)?
3. Найдите все решения ребуса $Я + АУ + АУ + АУ + АУ + АУ + АУ + АУ + АУ = ОХ$.
4. Петя записал 19 последовательных натуральных чисел, а потом заметил, что среди них 7 кратно трём, и 9 чётных. Сколько среди записанных чисел кратных 6?
5. В числе 2018201920202021 зачеркните 10 цифр так, чтобы получившееся число было как можно больше. Какое число получилось?
6. На какую цифру может оканчиваться простое четырехзначное число, если его последняя цифра равна сумме первых трех?
7. В первой четверти по математике Вася получил семь оценок: двойки и тройки. Двоек было больше, чем троек, а семизначное число, составленное из выписанных в ряд оценок, делится и на 3, и на 4. Какие оценки и в каком порядке стоят в журнале?
8. На каждом километре дороги между Бобово и Горохово установлен столб с табличкой, на одной стороне которой написано расстояние до Бобово, на другой – расстояние до Горохово. Олимпиадник Серёжа, по пути в Горохово, подсчитал для каждой такой таблички наибольший общий делитель записанных на ней чисел. Оказалось, что каждое из полученных им чисел равно 1, 3 или 5 (каждое встретилось хотя бы один раз). Найдите расстояние между Бобово и Горохово.
9. Ваня написал на доске два числа – 567 и 832. Петя выбрал в каждом из них по одной цифре и поменял их местами друг с другом, после чего сумма чисел увеличилась. Чему она стала равна?
10. Мама, Миша и Яна собирают одуванчики. Пока Яна срывает 3 одуванчика, Миша срывает 5. Пока Миша срывает 3 одуванчика, мама срывает 5. Мама и Миша посчитали, что вместе они сорвали 400 одуванчиков. Сколько одуванчиков сорвала Яна?
11. Аэролодка плывет по реке от Петрово до Ванино 9 минут, а обратно 12 минут. А обычная моторная лодка плывет от Петрово до Ванино 12 минут. За какое время моторная лодка вернется обратно?
12. Килограмм сушеных абрикосов с косточками стоит 78 рублей, килограмм сушеных абрикосов без косточек – 90 рублей, а килограмм косточек – 15 рублей. Сколько граммов косточек в килограмме сушеных абрикосов?
13. Повар делает котлеты, смешивая мясо говядины и свинины. Говядина стоит 200 рублей за килограмм, а свинина – 300 рублей за килограмм. Известно, что стоимость говядины, которую использует повар, равна стоимости используемой свинины. Сколько стоит килограмм котлет?
14. У Копатыча пять друзей, у каждого из которых в домике есть горшочки с мёдом: у Лосяша – 1, у Бараша – 2, у Совуны – 3, у Ежика – 4, у Кроша – 5. Копатыч по очереди приходит в гости к каждому другу, съедает один горшочек мёда, а

- остальные забирает с собой. К последнему домику он подошёл, неся 10 горшочков с мёдом. Чей домик Копатыч мог посетить первым?
15. К Маше на день рождения пришли гости. Маша разрежала квадратный торт 8×8 на одинаковые кусочки 1×1 за 70 минут. За какое время она разрежет такой же торт на квадраты размером 2×2 клетки? (Время разреза пропорционально его длине).
16. В одном классе было поровну блондинок, шатенок и брюнеток. После выходных, когда некоторые шатенки перекрасились в брюнеток, блондинок и шатенок вместе оказалось 10, а блондинок и брюнеток – 18. Сколько всего девочек в классе?
17. У Даши и Наташи поровну тетрадей. Им подарили одинаковые наборы наклеек с котиками. Наташа наклеила на 7 тетрадей по одному котик, а на остальные – по 7 котиков. Даша наклеила на 11 тетрадей по одному котик, а на остальные – по 11 котиков. Сколько котиков в наборе, если ни у одной девочки котиков не осталось?
18. За круглым столом сидели сладкоежки, которым дали пакет с конфетами. Первый взял 1 конфету, второй – 2, третий – 3 и так далее: каждый следующий брал на одну конфету больше. Известно, что на втором круге было взято в сумме на 100 конфет больше, чем на первом. Сколько сладкоежек сидело за столом?
19. На поле размером 3×3 клетки поставили 9 человек (по одному на каждую клетку), каждый из которых либо рыцарь, который всегда говорит только правду, либо лжец, который всегда лжёт. Каждый человек заявил: «В соседних с моей клетках рыцарей больше, чем лжецов». Известно, что среди людей есть и рыцари, и лжецы. Сколько среди них рыцарей? (Соседними считаются клетки, имеющие общую сторону).
20. На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Путник встретил троих островитян и спросил каждого из них: «Сколько рыцарей среди твоих спутников?». Первый ответил: «Ни одного». Второй сказал: «Один». Что сказал третий?

Ответы:

1. **23** пятиклассника.
2. **0**.
3. **$0 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 = 96$** .
4. **3** числа.
5. **922221**.
6. **На 7.** (Например, 1427).
7. **2 222 232**.
8. **15 км**.
9. **1435**.
10. **90** одуванчиков.
11. **18** минут.
12. **160** г.
13. **240** рублей.
14. **Любой, кроме домика Лосяша.**
15. **За 30** минут.
16. **21**.
17. **77** котиков.
18. **10**.
19. **6**.
20. **Один**.

«Математическая карусель-2021», 6 кл.

1. Пятиклассники нашли несколько одинаковых коробок со спиннерами. Если они разделят поровну две одинаковые коробки, останется один лишний спиннер. А если разделят поровну три такие же пачки, останется 13 лишних спиннеров. Сколько пятиклассников?
2. Найдите все решения ребуса $Я + АУ + АУ + АУ + АУ + АУ + АУ + АУ + АУ = ОХ$.
3. Петя записал 19 последовательных натуральных чисел, а потом заметил, что среди них 7кратно трём, и 9чётных. Сколько среди записанных чисел кратных 6?
4. На какую цифру может оканчиваться простое четырехзначное число, если его последняя цифра равна сумме первых трех?
5. На каждом километре дороги между Бобово и Горохово установлен столб с табличкой, на одной стороне которой написано расстояние до Бобово, на другой – расстояние до Горохово. Олимпиадник Серёжа, по пути в Горохово, подсчитал для каждой такой таблички наибольший общий делитель записанных на ней чисел. Оказалось, что каждое из полученных им чисел равно 1, 3 или 5 (каждое встретилось хотя бы один раз). Найдите расстояние между Бобово и Горохово.
6. В кастрюле было 1,5 литра супа. Первый съел половину кастрюли, второй – треть того, что осталось после первого, третий – четверть оставшегося от предыдущих, и так далее, четырнадцатый – пятнадцатую часть оставшегося. Сколько супа осталось в кастрюле?
7. У несократимой дроби числитель и знаменатель в сумме дают 204. Известно, что дробь не больше $\frac{1}{3}$. Укажите наибольшее возможное значение такой дроби.
8. Мама, Миша и Яна собирают одуванчики. Пока Яна срывает 3 одуванчика, Миша срывает 5. Пока Миша срывает 3 одуванчика, мама срывает 5. Мама и Миша посчитали, что вместе они сорвали 400 одуванчиков. Сколько одуванчиков сорвала Яна?
9. Вася и Коля управляют игрушечными радиоуправляемыми лодками, которые плавают в ванной от края до края. Стартуют они одновременно с противоположных концов ванной, «встречаются» и плывут дальше. Доплыв до края, они мгновенно разворачиваются, опять «встречаются» и так далее. Васина лодка проплывает ванну за 5 мин, а Колина за 7 мин. Через какое время после старта Васина лодка впервые догонит Колину, плывя с ней в одном направлении?
10. Аэролодка плывет по реке от Петрово до Ванино 9 минут, а обратно 12 минут. А обычная моторная лодка плывет от Петрово до Ванино 12 минут. За какое время моторная лодка вернется обратно?
11. Симка и Нолик съели банку варенья и корзину печенья, начав и закончив одновременно. Сначала Симка ела печенье, а Нолик – варенье, потом (в какой-то момент) они поменялись. Нолик и варенье, и печенье ел в три раза быстрее Симки. Какую часть варенья съел Нолик, если печенья они съели поровну?
12. Килограмм сушеных абрикосов с косточками стоит 78 рублей, килограмм сушеных абрикосов без косточек – 90 рублей, а килограмм косточек – 15 рублей. Сколько граммов косточек в килограмме сушеных абрикосов?
13. Копатыч, Крош, Лосяш и Совунья опустошили бочонок мёда. При этом Крош съел половину того, что съел Копатыч, Лосяш – половину того, что не съел Копатыч, а Совунье досталась лишь десятая часть бочонка. Какая часть бочонка досталась Лосяшу?

14. Повар делает котлеты, смешивая мясо говядины и свинины. Говядина стоит 200 рублей за килограмм, а свинина – 300 рублей за килограмм. Известно, что стоимость говядины, которую использует повар, равна стоимости используемой свинины. Сколько стоит килограмм котлет?
15. У Копатыча пять друзей, у каждого из которых в домике есть горшочки с мёдом: у Лосяша – 1, у Бараша – 2, у Совуны – 3, у Ежика – 4, у Кроша – 5. Копатыч по очереди приходит в гости к каждому другу, съедает один горшочек мёда, а остальные забирает с собой. К последнему домику он подошёл, неся 10 горшочков с мёдом. Чей домик Копатыч мог посетить первым?
16. К Маше на день рождения пришли гости. Маша разрежала квадратный торт 8×8 на одинаковые кусочки 1×1 за 70 минут. За какое время она разрежет такой же торт на квадраты размером 2×2 клетки? (Время разреза пропорционально его длине).
17. У Даши и Наташи поровну тетрадей. Им подарили одинаковые наборы наклеек с котиками. Наташа наклеила на 7 тетрадей по одному котик, а на остальные – по 7 котиков. Даша наклеила на 11 тетрадей по одному котик, а на остальные – по 11 котиков. Сколько котиков в наборе, если ни у одной девочки котиков не осталось?
18. В разновозрастной группе детского сада 35 детей возрастом от 2 до 5 лет. В течение полугода у некоторых из детей были дни рождения: всем, кому было 2 года, исполнилось 3, а всем, кому было 3, исполнилось 4. При этом количество трехлетних детей осталось прежним, а средний возраст вырос на 0,4. Сколько двухлетних детей было в группе полгода назад?
19. На поле размером 3×3 клетки поставили 9 человек (по одному на каждую клетку), каждый из которых либо рыцарь, который всегда говорит только правду, либо лжец, который всегда лжёт. Каждый человек заявил: «В соседних с моей клетках рыцарей больше, чем лжецов». Известно, что среди людей есть и рыцари, и лжецы. Сколько среди них рыцарей? (Соседними считаются клетки, имеющие общую сторону).
20. На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Путник встретил троих островитян и спросил каждого из них: «Сколько рыцарей среди твоих спутников?». Первый ответил: «Ни одного». Второй сказал: «Один». Что сказал третий?

ОТВЕТЫ:

1. **23** пятиклассника.
2. **$0 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 = 96$** .
3. **3** числа.
4. **На 7.** (Например, 1427).
5. **15** км.
6. **0,1** литра.
7. **49/155**.
8. **90** одуванчиков.
9. **17,5** минут.
10. **18** минут.
11. **0,9**.
12. **160** г.
13. **3/10**.
14. **240** рублей.
15. **Любой, кроме домика Лосяша.**
16. **За 30** минут.
17. **77** котиков.
18. **7** детей.
19. **6** рыцарей.
20. **Один.**

«Математическая карусель-2021», 7-8 кл.

1. Марк вырезал из бумаги прямоугольник и нашёл его площадь и периметр. Лиза отобрала у него прямоугольник и ножницы и вырезала с краю прямоугольника по клеточкам квадратик. Оказалось, что у оставшейся фигуры площадь равна периметру исходного прямоугольника, а периметр – равен площади. Найдите периметр квадратика Лизы.
2. Илья записал на доске 65 положительных чисел. Оказалось, что каждое число является кубом суммы всех остальных. Какие числа записал Илья?
3. В записи $1 ? 2 ? 4 ? 8 ? 16 ? 32 ? 64 ? 128 = 51$ вместо знаков вопроса поставьте знаки «+» или «-» так, чтобы равенство выполнялось.
4. Ваня пишет тест по русскому языку. В тесте для каждого вопроса есть 6 вариантов ответа. Когда Ване удаётся списать, он отвечает правильно, а в противном случае – наугад (то есть среди вопросов, которые не удалось списать, он правильно отвечает на $\frac{1}{6}$ часть). Оказалось, что Ваня правильно ответил на половину вопросов. Какую долю ответов ему удалось списать?
5. У Феди на 10% больше несобранных кубиков Рубика, чем у Лизы. Федя собрал 10% своих кубиков, а Лиза – 1% своих. У кого из них осталось больше несобранных кубиков?
6. В семье осьминогов было 25 маленьких осьминожек. После того, как родились ещё семеро, процентный состав красных осьминожек увеличился на 10 (если в начале он был $x\%$, то теперь – $(x + 10)\%$). Сколько теперь красных осьминожек в семье осьминогов?
7. Буратино закопал на Поле Чудес два слитка – золотой и серебряный. В те дни, когда погода хорошая, золотой слиток увеличивается на 30%, а серебряный – на 20%. А в те дни, когда погода плохая, золотой слиток уменьшается на 30%, а серебряный – на 20%. Через неделю оказалось, что один из слитков увеличился, а другой уменьшился. Сколько дней была хорошая погода?
8. Сеня не умеет писать некоторые буквы и всегда в них ошибается. В слове ТЕТРАЭДР он сделал бы пять ошибок, в слове ДОДЕКАЭДР – шесть, а в слове ИКОСАЭДР – семь. А сколько ошибок он сделает в слове ОКТАЭДР?
9. Вася любит разнообразие. Он доволен, если получает в день три разных оценки. За четверть Вася получил 20 пятёрок, 30 четвёрок, 40 троек и 50 двоек. Какое наибольшее число дней в четверти он мог быть доволен?
10. Комплект кораблей для игры в «Океанский бой» состоит из четырёх кораблей 1×4 , трёх кораблей 1×3 , и двух кораблей 1×2 . А на какой наименьшей квадратной доске можно разместить этот комплект? (корабли не должны соприкасаться даже углами).
11. Имеются 4 числа. Вася берет какие-то три из них, считает их среднее арифметическое и прибавляет к нему оставшееся число. Эту операцию он проделал четырьмя способами. В результате у него получились четыре числа: 56, 60, 62 и 66. Чему равнялось наибольшее из исходных чисел?
12. Сколькими способами можно поставить на шахматную доску 8×8 четыре одинаковые ладьи, каждая из которых бьет ровно двух остальных?
13. У трехзначного числа поменяли местами две последние цифры и сложили получившееся число с исходным. В результате получилось 1587. Какие числа сложили?

14. Даша закрасила в квадрате 9×9 несколько клеток. В каждой строке она закрасила либо 3, либо 5 клеток. В каждом столбце – либо 2, либо 7. Какое наименьшее количество клеток могла закрасить Даша?
15. Шесть чисел удовлетворяют неравенствам $0 < x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5 < x_6$. Их сумма равна 2020. Какое наибольшее значение может принимать сумма $x_2 + x_3$?
16. Найдите наибольшее четырехзначное число, которое справа налево и слева направо читается одинаково и при этом нацело делится на 7.
17. Какое наименьшее количество коней нужно поставить на доску 4×6 так, чтобы они били все клетки доски? Конь бьет клетку, на которой стоит.
18. Назовем шестизначное число *красивым*, если в нем сумма каких-то трех цифр равна сумме трех других. Красивое число назовем *очень красивым*, если следующее за ним число тоже красивое. Найдите наименьшее очень красивое число.
19. Хулиган Вася написал на заборе 2021 число: $2^1, 2^2, 2^3, \dots, 2^{2021}$. Сколькими способами отличник Петя сможет стереть с забора одно число так, чтобы произведение оставшихся чисел было квадратом некоторого натурального числа?
20. Ксюша расставила девять чисел $1, 2, \dots, 9$ в клетки таблицы 3×3 . Затем она посчитала сумму чисел в каждом столбце и сумму чисел в каждой строке. Пять из шести найденных ею сумм – числа 12, 13, 14, 17, 20. Чему может быть равна шестая сумма? Укажите все варианты.

ОТВЕТЫ:

1. **8.**

2. **1/512.**

3. **$1 - 2 - 4 + 8 + 16 - 32 - 64 + 128 = 51.$**

4. **2/5.**

5. **Поровну.**

6. **16.**

7. **4 дня.**

8. **5 ошибок.**

9. **45 дней.**

10. **$8 \times 8.$**

11. **38.**

12. **784.**

13. **789 и 798.**

14. **33 клетки.**

15. **803.**

16. **9779.**

17. **4 коня.**

18. **100449.**

19. **1011.**

20. **14.**

«Математическая карусель-2021», 9-11 кл.

1. НОК(a, b, c, d) = 165. Найдите наибольшее значение суммы $a + b + c + d$.
2. Два парка общей площадью 110 га разбиты на одинаковое количество участков, причем в каждом парке участки имеют одинаковую площадь, но отличаются от участков другого. Если и первый парк разбили бы на участки такой же площади, как второй, то получили бы 75 участков. А если бы второй парк разбили на участки такой же площади, как первый, то участков получилось бы 108. Определите площадь каждого парка.
3. Положительные числа a и b являются нулями линейных функций $f(x)$ и $g(x)$ соответственно. Найдите корни уравнения $f(x) \cdot g(x) = f(0) \cdot g(0)$.
4. Винни решил подарить Пятачку на день рождения торт в форме правильного шестиугольника. В пути он проголодался и отрезал от торта 6 кусочков треугольной формы, каждый из которых содержал одну вершину шестиугольника и по одной третьей от прилегающих к ней сторон шестиугольника. В результате он вручил Пятачку торт весом 900 граммов. Сколько граммов торта Винни съел по дороге?
5. В кабинете стоят несколько парт, за каждой из которых могут сидеть не более двух человек. В понедельник на занятие пришли 13 человек, при этом ровно 9 парт остались незанятыми. Во вторник на занятие пришли 10 человек, при этом ровно 6 парт остались незанятыми. Сколько парт в кабинете?
6. У квадратных трёхчленов $x^2 + ax + b$ и $x^2 + bx + 1100$ с целыми a и b есть общий корень, являющийся простым числом. Найдите a .
7. Найдите все такие натуральные n при условии, что числа $n^3 + 1$ являются степенью числа 3.
8. В трапеции $ABCD$ основания AD и BC равны 8 и 18 соответственно. Известно, что описанная окружность треугольника ABD касается прямых BC и CD . Найдите периметр трапеции.
9. Витя любит бегать по эскалатору в метро, причем вниз он бежит в два раза быстрее, чем вверх. Если эскалатор не работает, то, чтобы сбегать вверх и вниз, Вите потребуется 3 минуты. Если эскалатор едет вниз, то, чтобы сбегать вверх и вниз, Вите потребуется 4,8 минут. Сколько секунд потребуется Вите, чтобы сбегать вниз и вверх по эскалатору, который едет вверх. (Эскалатор движется с одной скоростью).
10. Натуральное число n назовем *интересным*, если $2n$ является точным квадратом, а $15n$ – точным кубом. Найдите наименьшее *интересное* число.
11. График квадратного трёхчлена $y = ax^2 + bx + 0,4$ пересекает оси координат в трех точках, являющихся вершинами прямоугольного треугольника. Найдите a .
12. На доске написано двузначное число. Каждый из троих друзей сказал по два утверждения.

Илья: «это число заканчивается на цифру 6» и «это число делится на 7».

Борис: «это число больше 26» и «это число заканчивается на цифру 8».

Петр: «это число делится на 13» и «это число меньше 27».

Известно, что каждый из друзей один раз сказал правду и один раз ошибся. Какое число могло быть написано на доске?

13. На координатной плоскости с началом в точке O заданы точки $A(5; 0)$ и $B(0; 4)$. Проведена такая прямая $y = kx + b$, что для любой ее точки P площадь четырехугольника $AOBP$ равна 20. Найдите k .
14. В каждую клетку таблицы 5×5 вписано натуральное число. Известно, что сумма всех чисел равна 300, а сумма трех чисел, находящихся внутри любого прямоугольника 1×3 , равна 35. Чему равно число в центральной клетке таблицы?
15. У Даши есть n карточек, на которых написаны числа от 1 до n . После того, как Даша потеряла одну из них, сумма чисел на оставшихся оказалась 98. Какое число написано на потерянной карточке?
16. $ABCD$ – прямоугольник. На стороне AB построена полуокружность ω . Касательная DK пересекает сторону BC в точке P , при этом точка касания K лежит на диагонали AC . Найдите AD , если $DP = 36$.
17. Уравнения $f(x) = x - 1$ и $f(x) = 2 - 2x$ имеют ровно по одному корню, где $f(x) = x^2 + bx + c$. Решите неравенство : $f(x)(x - 1)(2 - 2x) \geq 0$.
18. Вика хочет отметить на шахматной доске центры некоторых клеток так, чтобы никакой из треугольников с отмеченными вершинами не был прямоугольным. Какое наибольшее число точек ей удастся отметить?
19. Хорды AB и CD параболы $y = ax^2 + bx + c$ параллельны оси Ox . Найдите расстояние между хордами, если $AB = 5$, $CD = 11$.
20. Куб со стороной $\sqrt{2}$ пересекли плоскостью. В сечении получился многоугольник, две стороны которого равны 2 и 1. Найдите площадь сечения.

ОТВЕТЫ:

1. **268 или 660**
2. **50 и 60**
3. **0 и $a + b$**
4. **112,5 г.**
5. **16**
6. **40 и 274**
7. **2**
8. **56**
9. **160 с.**
10. **1800**
11. **- 2,5**
12. **91**
13. **-0,8**
14. **20**
15. **7**
16. **24**
17. **$x = 1$**
18. **14**
19. **24**
20. **$9/4 = 2,25$**